

基于频域稀疏非均匀采样的雷达目标 一维高分辨成像

周剑雄,石志广,胡 磊,付 强

(国防科技大学电子科学与工程学院 ATR 实验室,湖南长沙 410073)

摘 要: 雷达目标的高分辨距离像具有稀疏和可压缩的特点,可以在频域进行稀疏非均匀采样获得目标的宽带散射数据,再通过恰当的信号处理手段得到一维高分辨像.本文描述了基于频域稀疏非均匀采样的雷达一维成像数学模型,从参数估计的角度比较了稀疏非均匀采样与均匀采样的成像性能,提出了非均匀采样点选取方法;分别应用参数估计方法和稀疏像重构方法实现了基于频域稀疏非均匀采样的雷达目标一维高分辨成像.采用暗室测量数据比较了两种方法的性能,验证了频域稀疏非均匀采样在降低数据量、提高分辨力方面的优势.

关键词: 雷达目标; 距离像; 稀疏微波成像; 非均匀采样

中图分类号: TN97 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2012) 05-0926-09

电子学报 URL: <http://www.ejournal.org.cn> **DOI:** 10.3969/j.issn.0372-2112.2012.05.011

Radar Target One Dimensional High Resolution Imaging Based on Sparse and Non-Uniform Samplings in Frequency Domain

ZHOU Jian-xiong, SHI Zhi-guang, HU Lei, FU Qiang

(ATR Lab, School of Electronics Science and Engineering, National University of Defense Technology, Changsha, Hunan 410073, China)

Abstract: The high range resolution profiles (HRRP) of radar targets are always sparse and compressible, so it is possible to obtain the wideband scattering data by sparse and non-uniform samplings in the frequency domain and reconstruct the HRRPs by proper signal processing methods. This paper describes the mathematical model of one dimensional (1D) radar imaging, compares the imaging performance between sparse non-uniform samplings and uniform samplings from the aspect of parameter estimation, and proposes a scheme to select the non-uniform samplings with better imaging performance. Moreover, we apply both the parameter estimation method and the sparse reconstruction method to realize 1D imaging based on sparse and non-uniform frequency samplings. The anechoic chamber data are used to compare the performances of the two methods and to verify the advantages of the sparse and non-uniform frequency sampling scheme in reducing data amount and increasing range resolution.

Key words: radar targets; range profile; sparse microwave imaging; non-uniform sampling

1 引言

雷达目标的一维高分辨像可以通过扫频测量和逆傅立叶变换获得.一般在频域进行等间隔均匀采样,对大尺寸目标成高分辨像,频域观测数据量很大.在光学区,雷达目标的后向散射主要来源于目标上局部的强散射源^[1],因此距离像表现出“稀疏”特性.压缩感知理论表明,对于这种稀疏或可压缩的信号,可以通过设计特殊的观测矩阵,从较少的观测数据中恢复原信号^[2,3].应用于雷达目标散射数据,在频域进行随机的非均匀采样,可以较少的采样点覆盖相同的带宽,并且不会降低不模糊成像范围^[4],是一种值得尝试的数据获取方式.

频域稀疏非均匀采样数据的频谱不连续性很强,直接进行逆傅立叶变换会造成时域波形的高旁瓣^[4],距离像中不同散射结构的旁瓣相互混叠,将无法辨识目标的结构信息.而雷达目标一维成像的超分辨算法如 MUSIC、ESPRIT 等^[5],都需要将频域采样序列进行有重叠的子序列抽取和重排,只适用于均匀采样.因此,对于稀疏非均匀频域采样数据,必须采用其他的信号处理方法得到目标的距离像.

本文研究基于频域稀疏非均匀采样数据成距离像的方法和性能.从参数估计的角度出发,分析频域稀疏非均匀采样的性能收益,研究采样点的选取对估计性能的影响,提出了基于统计试验选择采样点的方法.分别

采用参数估计和稀疏信号恢复两种方法在频域稀疏非均匀采样条件下获取了导弹目标的一维距离像序列,对比了两种方法的效果,验证了频域稀疏非均匀采样相对于同等长度的均匀采样在分辨目标细节结构上的优势.

文献[6,7]也开展了基于频域稀疏观测的一维高分辨成像研究,文献[8]还开展了基于稀疏角度域观测高分辨 ISAR 成像的研究.在这些研究中,子带内连续均匀采样,子带与子带之间有较大的观测缺失,因而在子带内仍可以采用 ESPRIT 等超分辨算法估计模型参数,然后融合不同子带的模型参数达到谱域外推,形成等效超宽带观测和高分辨成像的目的.而本文的研究条件与之不同,频率采样点在整个观测频带内是随机稀疏分布的,不存在明显的子带,即使有若干等距相邻的采样点,其长度也不满足平滑去相关的要求,不能应用 ESPRIT 等超分辨算法.另外,本文与这些文献的应用目的也有所不同,文献[6,7]通过融合不同频段的雷达观测实现超宽带成像,而本文通过稀疏非均匀采样在带宽一定的条件下减少频域采样数,有利于降低目标特性测量的工作量和数据量.

2 频域稀疏观测的数学模型

在光学区,雷达目标的电磁散射可以认为主要来源于目标上的局部散射源,称为散射中心^[1],散射中心的频域散射数据具有谐波信号形式.设目标上有 K 个散射中心,每个散射中心的散射系数为 A_k ,投影径向距离为 R_k ,则目标在频率 f 上的总散射场可以写为^[9]:

$$E(f) = \sum_{k=1}^K A_k e^{j4\pi f R_k / c} \quad (1)$$

此处假设目标静止,并通过解调消去了发射信号时谐因子 $e^{-j2\pi f t}$,忽略了目标散射强度随频率的变化,这在相对带宽不大时是成立的^[9].在特性测量和电磁计算中,通常在 M 个等间隔步进的点频上对散射场采样: $f_m = f_0 + m\Delta f$, $m = 0, \dots, M-1$,记

$$x(m) = E(f_m) = \sum_{k=1}^K A_k e^{j4\pi f_0 R_k / c} e^{j4\pi m \Delta f R_k / c} = \sum_{k=1}^K a_k e^{j\omega_k m} \quad (2)$$

$$\text{其中} \quad a_k = A_k e^{j4\pi f_0 R_k / c} \quad (3)$$

$$\omega_k = 4\pi \Delta f R_k / c \quad (4)$$

因此频率步进雷达测量的回波具有谐波信号形式^[5,9-11],此时散射中心距离参数 R_k 已转换为谐波信号的频率参数 ω_k .不模糊成像范围和距离分辨力分别与频率采样间隔和带宽成反比,设 $0 < R_k < R$,则选取合适的 Δf 可以使 $0 < \omega_k < 2\pi$

$$\Delta f = \frac{c}{2R} \quad (5)$$

采用这样的频率步进信号能获得的距离分辨力为

$$\delta R = \frac{c}{2B} = \frac{c}{2M\Delta f} \quad (6)$$

对频率步进雷达,最大频率步进间隔受到目标长度的限制,要覆盖大的带宽以达到高的距离分辨力,必然要求频点数多.如果在频率域将等间隔的步进采样改为随机采样,则可以用较少的频点数达到相同的分辨力,有利于减少数据量.设在 $[f_0, f_0 + B]$ 范围内随机采 N 个频点 $\{f_1, \dots, f_n\}$ ($N < M$),令

$$t_n = \frac{f_n - f_0}{\Delta f} \quad (7)$$

其中 Δf 根据预设的成像范围 R 按式(5)确定,则 t_n 是在 $[0, M-1]$ 范围内随机选取的 N 个数.此时各频点的散射场的数学模型为:

$$x(n) = E(f_n) = \sum_{k=1}^K A_k e^{j4\pi f_0 R_k / c} e^{j4\pi (f_n - f_0) R_k / c} = \sum_{k=1}^K a_k e^{j\omega_k t_n} \quad (8)$$

经过式(4)、(7)的变量替换,物理模型(1)中的频率采样转换为数学模型(8)中的时间采样,而待估计的距离参数则转换为(8)中的频率参数,以便与常用的谐波信号模型统一.

在有噪声的情况下,观测模型可写为:

$$y(n) = x(n) + w(n) = \sum_{k=1}^K a_k e^{j\omega_k t_n} + w(n) \quad (9)$$

其中 $w(n)$ 是零均值复高斯白噪声,方差为 σ^2 .式(9)可以进一步写成矢量形式:

$$\mathbf{y} = \mathbf{D}\mathbf{a} + \mathbf{n} \quad (10)$$

$$\text{其中} \quad \mathbf{y} = \begin{bmatrix} y(t_1) \\ \vdots \\ y(t_N) \end{bmatrix}, \mathbf{D} = \begin{bmatrix} e^{j\omega_1 t_1} & e^{j\omega_2 t_1} & \dots & e^{j\omega_K t_1} \\ e^{j\omega_1 t_2} & e^{j\omega_2 t_2} & \dots & e^{j\omega_K t_2} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ e^{j\omega_1 t_N} & e^{j\omega_2 t_N} & \dots & e^{j\omega_K t_N} \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{a} = \begin{bmatrix} a_1 \\ \vdots \\ a_K \end{bmatrix}, \mathbf{n} = \begin{bmatrix} w(t_1) \\ \vdots \\ w(t_N) \end{bmatrix}.$$

估计出频率参数 $\{\hat{\omega}_1, \dots, \hat{\omega}_K\}$ 和分量系数参数 $\{\hat{a}_1, \dots, \hat{a}_K\}$ 后,可根据式(3)、(4)估计散射中心的径向距离和散射系数:

$$\hat{R}_k = \frac{\hat{\omega}_k c}{4\pi \Delta f} \quad (11)$$

$$\hat{A}_k = \hat{a}_k e^{-j4\pi f_0 \hat{R}_k / c} \quad (12)$$

3 基于频域稀疏非均匀采样的成像性能

3.1 频域稀疏非均匀采样的估计性能收益

下面从模型(9)参数估计的克拉美-罗限(Cramér-Rao Bound, CRB)出发,对稀疏观测的估计性能进行理论分析,并通过与相同时长内按照奈奎斯特采样率得到

的观测(设观测数据长度为 M)和相同数据长度(N)下按照奈奎斯特采样率得到的观测的估计性能相比较,说明稀疏非均匀观测的优势.

在谐波信号模型(9)的参数估计问题中,频率参数估计是最关键和最困难的,估计出频率参数后,系数的估计就成为线性最小二乘问题.附录 A 推导了高斯白噪声条件下谐波信号模型的 CRB,频率估计的 CRB 矩阵可以按照式(a4)计算.

文献[9,11]在均匀采样情况下对(a4)的表达式进行了理论分析,对每一个分量的频率参数,都有 $\text{CRB}_\omega \sim \frac{1}{M^3}$,其中 M 是均匀采样的采样数.分母中的 3 次方可做如下解释:频谱主瓣宽度与 M 成反比,而频谱主瓣越窄,频率估计误差就越小,因此频率估计均方误差与 M^2 成反比;又因为谐波信号在时域上能量分散,在频域上能量集中,在白噪声条件下,经傅立叶变换后信噪比增益与数据长度 M 成正比.综合主瓣宽度与信噪比增益二者的贡献,有 $\text{CRB}_\omega \sim \frac{1}{M^3}$.采用这样的分析思路可以对稀疏非均匀采样的估计性能进行预测.在稀疏非均匀采样情况下,以 N 个采样点覆盖了 M 个均匀采样点的时长,其频谱主瓣宽度并不展宽,因此该项贡献仍近似与 M^2 成反比;但由于数据长度减少,白噪声下的信噪比增益由原来的 M 倍降为 N 倍,综合二者的贡献,稀疏采样下应有 $\text{CRB}_\omega \sim \frac{1}{M^2 N}$.由于采样时刻是随机的,根据(a4)式求出的 CRB 也是一个随机数,上面的分析只是对其量级的一个预测.而若以 N 个采样点进行均匀采样,则有 $\text{CRB}_\omega \sim \frac{1}{N^3}$.因此基于稀疏非均匀采样的估计性能略低于同等时长内的均匀采样,而远优于相同采样点数的均匀采样.

下面采用单分量模型($K=1$)通过数值计算验证 $\text{CRB}_\omega \sim \frac{1}{M^2 N}$ 的规律.文献[9]分析了 M 点均匀采样情况下单分量谐波信号的频率估计 CRB,有

$$\text{CRB}_\omega \approx \frac{6\sigma^2}{|a|^2 M^3} \quad (13)$$

在随机采样情况下,根据式(a4)~(a6),有

$$\text{CRB}_\omega = \frac{\sigma^2}{2|a|^2} (\text{Re}\{\Delta_1\})^{-1} \quad (14)$$

其中 Δ_1 按式(a6)计算,在单分量情况下它是一个实数,并且与信号强度和噪声功率无关,适合作为性能指标.具体计算方法如下:信号频率在 $[0, 2\pi]$ 间随机产生, $M = [20:10:100]$,按照设定的 M 值和观测点比例 r 确定 N , $N = \text{round}(Mr)$.在 $[0:M-1]$ 中随机抽取 N 个作为观测时刻,对每个 N 值独立地重复抽取 10 次,得到

10 组不同的随机稀疏非均匀采样序列,分别计算每组采样的频率估计性能指标 $(\text{Re}\{\Delta_1\})^{-1}$,并求 10 组采样的平均值和标准差,考察它随 M 和 r 的变化规律,结果绘制在图 1 中.图 1 中四组曲线从下到上的观测值比例 r 分别为 1, 75%, 50%, 25%.当 $r=1$ 时,观测时刻不具有随机性,标准差为 0,而其平均值反映了 $\text{CRB}_\omega \sim \frac{1}{M^3}$ 的规律; r 越小,不同的观测序列对应的计算结果起伏越大,但其平均值近似服从 $\text{CRB}_\omega \sim \frac{1}{M^2 N}$ 的规律.图中同时给出了观测时刻为 $[0:M-1]$ 时的性能指标放大 $\frac{M}{N}$ 倍后的结果,其规律即为 $\text{CRB}_\omega \sim \frac{1}{M^2 N}$.

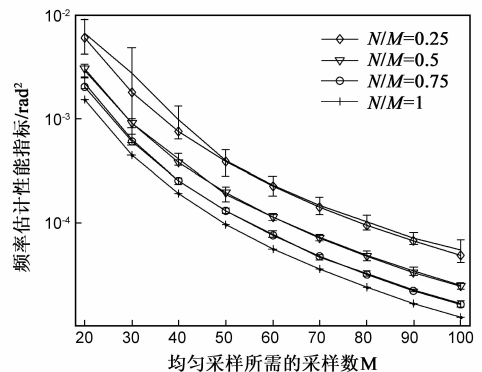


图1 单分量情况下稀疏非均匀采样的频率估计性能指标的标准差及平均值(实线)与理论预测性能(标记线)比较

3.2 稀疏非均匀采样点的选择方法

上一节的数值计算结果表明,虽然稀疏非均匀观测数据的平均估计性能好于同等长度的均匀观测,但由于采样时刻是随机的,估计性能也是随机量,不同的采样序列得到的估计性能不一样.由于谐波信号模型的 CRB 表达式(a3)中包含复杂的矩阵运算,很难直接分析采样方式与性能之间的关系,因此本小节采用统计试验和数值计算相结合的方法回答这一问题.

统计试验的操作步骤如下:

(1) 根据物理问题设定 M 和 N .

(2) 从 $[0:M-1]$ 中随机不重复地抽取 N 个数作为采样时刻的序号,重复 S 次这样的抽取得到 S 组备选的稀疏非均匀采样点序列,为了保证重复抽取具有一定的统计意义, S 应当选得较大.

(3) 随机产生 L 组信号参数 $\{\omega_k, a_k\}$,信号参数的产生方式可以根据实际问题而定,由于信号参数对估计性能的影响将在后面的处理中被平均, L 的取值不需太大.

(4) 对每组采样点序列和每组信号参数按式(a4)计算频率估计的 CRB,并将对角线元素的平均值作为该组采样点序列对该组信号参数的估计性能指标,得

到一个 S 行 L 列的性能指标矩阵 \mathbf{P} .

(5)按下式将 \mathbf{P} 矩阵的各列归一化,得到归一化的性能指标矩阵 $\bar{\mathbf{P}}$:

$$\bar{p}_{sl} = \frac{p_{sl} - \min_{s'=[1:S]} p_{s'l}}{\max_{s'=[1:S]} p_{s'l} - \min_{s'=[1:S]} p_{s'l}} \quad (15)$$

p_{sl} 表示 \mathbf{P} 矩阵的第 s 行第 l 列上的元素.由于不同的信号参数下估计性能区别很大,式(15)将每一信号参数下估计性能随采样方式的变化都归一化到 $[0, 1]$ 区间,这一处理有利于弱化信号参数对估计性能的影响而突出采样方式对估计性能的影响.值得注意的是,列向量归一化不会改变不同采样方式对特定信号的估计性能优劣排序.

(6)对 $\bar{\mathbf{P}}$ 矩阵的行向量平均,得到 S 组采样点序列的估计性能指标 \mathbf{p} :

$$p_s = \frac{1}{L} \sum_{l=1}^L \bar{p}_{sl} \quad (16)$$

p_s 表示向量 \mathbf{p} 的第 s 个元素.该求和步骤将信号参数对估计性能指标的影响平均了, \mathbf{p} 的元素值越小,表明该组采样点序列在各种信号参数下的平均估计性能越好.

(7)从 S 组备选采样点序列中选择 \mathbf{p} 中最小的元素所对应的序列作为采样时刻序列.

上述过程暗含着一个假设:采样时刻序列的优劣主要取决于其自身,与信号参数的关系不大.为了验证这一假设,我们取 $M = 101$, $N = 30$, $S = 1000$, $L = 10$ 进行试验.信号参数按如下方式随机产生: K 从 $[1:15]$ 中均匀随机抽取,选定 K 后, ω_k 服从 $[0, 2\pi]$ 间的均匀分布, a_k 服从均值为 5 方差为 1 的正态分布.图 2 画出了 1000 组采样点序列中平均估计性能最好的 10 组和最差的 10 组对 10 个信号的归一化性能,图 3 给出了这 20 组采样点序列的具体值.从图 2 可以看出,前 10 组采样点序列对所有 10 个信号的估计性能指标值都较小,而后 10 组采样点序列对所有 10 个信号的估计性能指标值都显著大于前 10 组,因此可以脱离信号具体参数评

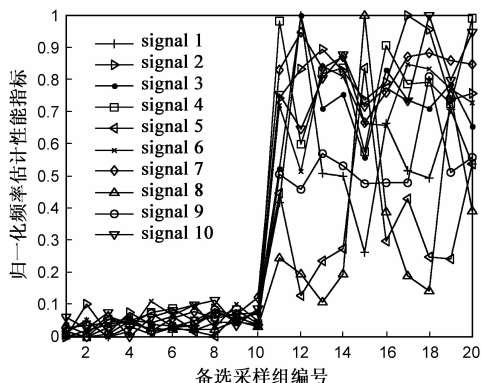


图2 平均估计性能最好和最差的10组采样点序列对不同信号的估计性能指标(横坐标1-10为平均估计性能最好的10组采样点序列,11-20为平均估计性能最差的10组采样点序列)

价采样点序列的优劣.观察图 3 可以看出估计性能好的采样点序列与估计性能差的采样点序列的主要区别:估计性能好的稀疏非均匀采样序列都能较好地覆盖整个序列的两端,而估计性能较差的序列所覆盖的实际范围往往小于原均匀采样序列.这也再次说明,观测总时长(在散射中心参数估计问题中表现为带宽)是决定估计性能的主要因素,而观测数目增加对估计性能的影响主要通过积累后信噪比增益体现.

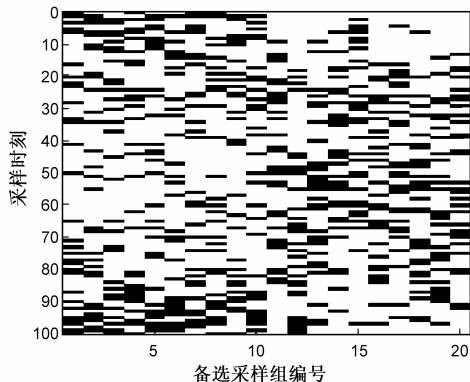


图3 平均估计性能最好和最差的10组稀疏非均匀采样序列值(黑色表示在该时刻采样,横坐标含义与图2一致)

4 基于稀疏非均匀采样的一维成像方法

4.1 基于 RJ-MCMC 的一维散射中心参数估计方法

从雷达目标的散射模型(1)可知,如果能基于稀疏非均匀频域采样估计散射中心的位置和散射系数,就获得了对目标一维投影结构的精细描述,达到了成像的目的;也可以进一步依据式(1)恢复目标在该频段内均匀采样的数据,从而用逆傅立叶变换的方法成像.

根据第 2 节分析,散射中心参数估计问题可以转化为谐波信号模型参数估计问题,其数学形式如(9)所示.但由于采样点是非均匀的,不能直接运用 ESPRIT、MUSIC 等超分辨算法,只能基于基本的信号模型,采用优化算法求解.对式(9),参数组 $\{a_k, \omega_k\}$, $k = 1, \dots, K$ 可以通过求解下面的优化问题估计:

$$\begin{aligned} & \{\hat{a}_1, \dots, \hat{a}_K, \hat{\omega}_1, \dots, \hat{\omega}_K\} \\ & = \arg \min_{\{a_1, \dots, a_K, \omega_1, \dots, \omega_K\}} \sum_{n=0}^{N-1} \left| y(t_n) - \sum_{k=1}^K a_k e^{j\omega_k t_n} \right|^2 \end{aligned} \quad (17)$$

在 Gaussian 白噪声假设下,式(17)的解是最大似然估计.但由于待估计参数多,而且目标函数与待估计参数是复杂的非线性关系,存在很多局部极值点,求解非常困难.而谐波信号参数估计还存在定阶问题,即 K 也是一个待估计量,进一步增加了问题的复杂度.马尔科夫链-蒙特卡罗(Markov Chain Monte Carlo, MCMC)方法是一种随机优化算法,能对难以解析计算的复杂问题求得贝叶斯估计^[12,13].另外,通过在随机采样中增加“生成”和“湮灭”操作,得到可逆跳转的马尔科夫链^[13],能同时

完成定阶和参数估计,这种估计方法被称为可逆跳转马尔科夫链-蒙特卡罗(RJ-MCMC)方法.这几个优势使得 RJ-MCMC 方法尤其适用于谐波信号参数估计^[12,14].在以往的研究中,RJ-MCMC 方法都被应用于均匀采样序列^[12,14],但 RJ-MCMC 方法对采样时刻 $\{t_n\}$ 是否等间距并无要求,因此能用于稀疏非均匀采样的谐波信号参数估计.第5节将采用 RJ-MCMC 算法^[12]估计一维散射中心,其步骤与文献[12]有两点不同:(1)本文算法适用于复数据,而文献[12]中的算法适用于实数据;(2)本文采用的系数先验与文献[12]不同,因而在接受概率的表达式上有所不同.具体描述本文从略.

4.2 基于稀疏信号恢复的距离像重构方法

压缩感知是近年来新兴的信号处理理论和方法,对于具有稀疏性的信号,可以通过设计合理的采样基,并采用 1 范数优化算法,用较少的观测恢复出原信号^[2,3,16].由于谐波信号在谱域是稀疏的,因此也可以采用压缩感知的理论和方法基于随机稀疏观测对它进行恢复.对式(9)的模型,将 $[0,2\pi)$ 的频域范围离散化为 M 个格点, $\omega_m = \frac{2\pi}{M}m$, ($m = 0, 1, \dots, M-1$)并令每个格点频率分量的散射系数为 b_m ,则式(9)中的观测可以记为以下矢量形式:

$$\mathbf{y} = \Phi \mathbf{b} + \mathbf{n} \quad (18)$$

对比矢量形式(10), \mathbf{y} 和 \mathbf{n} 的含义相同,但 $\Phi =$

$$\begin{bmatrix} e^{j\omega_1 t_1} & e^{j\omega_2 t_1} & \dots & e^{j\omega_M t_1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ e^{j\omega_1 t_N} & e^{j\omega_2 t_N} & \dots & e^{j\omega_M t_N} \end{bmatrix}, \mathbf{b} = \begin{bmatrix} b_1 \\ \vdots \\ b_M \end{bmatrix}. \text{二者的区别在于,}$$

在式(10)中, \mathbf{D} 和 \mathbf{a} 都含有未知量,但 \mathbf{D} 的列数小于行数,是列满秩矩阵;而式(18)中,只有 \mathbf{b} 是未知量,而且按照稀疏假设,其中的非零元素数目远小于矢量长度,而 Φ 中不含未知量,但它的行数小于列数,是行满秩矩阵.因此式(18)虽然构成一个线性方程组,但其未知量数目大于方程数目,不存在唯一解.而压缩感知理论表明,在没有噪声的情况下,如果 Φ 矩阵满足限制性等距性质(Restricted Isometry Property, RIP),利用解的稀疏先验,可以通过以下优化问题以很大概率求得 \mathbf{b} 的唯一解^[2,3,16]:

$$\min \|\hat{\mathbf{b}}\|_1 \quad \text{s.t.} \quad \mathbf{y} = \Phi \hat{\mathbf{b}} \quad (19)$$

在压缩感知理论中,式(18)中的 Φ 矩阵通常称为随机部分傅里叶矩阵,现有理论表明^[16]:当从 Φ 矩阵中抽取的列数 $s \leq \text{const} \cdot N / (\log M)^6$ 时, Φ 矩阵的限制性等距常数 δ_s 较小,满足 RIP 性质.

在有噪声的情况下,上式成为基追踪降噪(Basis Pursuit DeNoising, BPDN)问题:

$$\min \|\hat{\mathbf{b}}\|_1 \quad \text{s.t.} \quad \|\mathbf{y} - \Phi \hat{\mathbf{b}}\|_2 \leq \delta \quad (20)$$

在第5节中将采用谱投影梯度 Lasso 算法(spectrum

projected gradient Lasso, SPGL)^[17,18]求 BPDN 问题的解.

在雷达一维成像的物理问题中,求解式(18)中的 \mathbf{b} 就得到了一幅在不模糊成像范围内有 M 个距离单元的像,而 \mathbf{b} 中的元素对应各个距离单元的复幅度. \mathbf{b} 的稀疏先验源于距离像上只有部分单元存在强散射源这一物理事实,因此在稀疏先验下,可以用少于距离单元数的观测获得距离像.但这种基于压缩感知原理的距离像重构方法有一个重要的模型误差:目标的强散射源并不正好在距离格点上(在式(18)的数学模型中表现为频率格点),而一个不在格点上的频率分量需要大量的格点频率分量才能拟合,而且这种频谱泄露以 sinc 函数形式衰减,从而导致 \mathbf{b} 的可压缩性不高.稀疏重构方法只能求解格点频率分量,而谐波信号的实际频率取值任意,正是压缩感知理论用于谐波信号恢复中的一大难点^[19],它将导致(1)解 \mathbf{b} 中大的幅度对应的频率分量位置不精确;(2)分辨邻近频率分量的能力降低;(3)解 \mathbf{b} 中存在大量虚假的非零元素.

另外,在雷达成像问题中应用式(20)还有一个困难:误差项 δ 必须事先设定,但由于除噪声外还存在模型误差,因此很难设置恰当的 δ , δ 过大使得一些强散射源对应的距离单元不能被恢复, δ 过小又使得解 \mathbf{b} 中的虚假非零元素非常多.这两个问题在第5节的数据处理结果中都有明显表现.

5 试验结果及分析

采用某导弹模型暗室扫频测量的散射数据,测量参数为:频率 9GHz ~ 11GHz,跳频间隔 20MHz,共 101 个频点;目标方位角 $0^\circ \sim 180^\circ$,角度间隔 0.2° ;俯仰角 0° .

图4给出了利用原始数据经逆傅立叶变换得到的目标一维距离像序列.像素点的颜色与距离像的对数幅度成正比,亮线反映了目标上的强散射中心在距离像中的投影位置随方位角的正弦变化关系,亮线的粗细反映了距离像的分辨能力,在使用全部数据时,分辨力约为 0.075m.图5给出了仅使用前 30 个频率点经逆傅立叶变换获得的距离像序列,亮线的位置不变,但宽

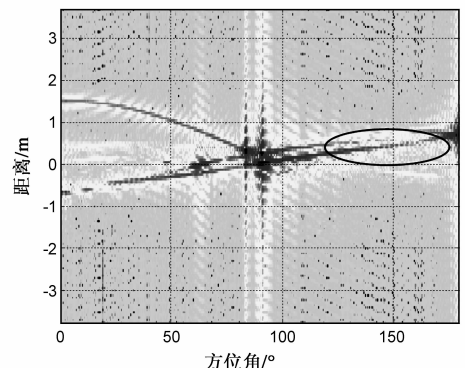


图4 101个频率采样点逆傅立叶变换的距离像(对数幅度图)

度明显增加,这是由于只使用了部分带宽(600MHz)的数据,分辨力下降为 0.25m,因此一些散射结构的细节信息丢失.例如两图中椭圆标识的部分,在高分辨距离像中可以表现为三个散射中心,而分辨力降低后仅能观察到一个散射中心.

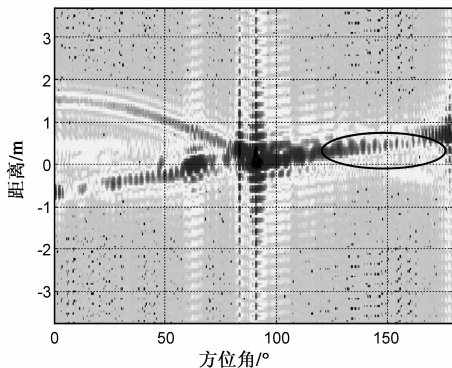


图5 30个频率点逆傅立叶变换的距离像(对数幅度图)

下面采用参数估计的方法从扫频测量数据中提取一维散射中心.采用两种参数估计方法,(1)第 4.1 节介绍的 RJ-MCMC 算法,它可以处理非顺序步进的频率点,因此可以通过稀疏非均匀采样用较少的频率点覆盖整个带宽;(2)ESPRIT 算法^[5],它只能处理顺序步进的频率点,因此如果采用较少的数据点,则必然只能覆盖较小的带宽.对以下四种情况下进行结果对比:(A)采用 ESPRIT 算法从 101 个频率点估计散射中心参数;(B)采用 ESPRIT 算法从前 30 个频率点估计散射中心参数;(C)采用 RJ-MCMC 算法从稀疏非均匀抽取的 30 个频率点估计散射中心参数,频率点选取为第 3.2 节得到的估计性能最好的一组采样序列,即图 3 中第一组;(D)采用 RJ-MCMC 算法从稀疏非均匀抽取的 30 个频率点估计散射中心参数,频率点选取为第 3.2 节得到的估计性能最差的一组采样序列.

图 6~图 9 给出了这四种情况下的一维散射中心参数估计结果,散射点的颜色与其对数幅度成正比.四幅图动态范围不同,因此色彩略有区别.从总体上比较散射中心的分布,图 6、图 8、图 9 比图 7 保留了更多的目标细节信息,这验证了同等长度的稀疏非均匀采样比顺序采样具有更高的分辨能力.为了进一步考察散射中心的位置估计精度,将四幅图方位角 $20^{\circ} \sim 40^{\circ}$ 范围内的局部放大显示在图 10 中.由于散射中心投影位置随方位角的变化是连续的,因此从强散射点偏离光滑曲线的程度可以判断位置估计方差大小,四幅图依次为 $B > D > C > A$,这说明:(1)基于全频带数据的估计精度最高;(2)基于 30 个频率点进行参数估计,全频带稀疏非均匀采样比子带均匀采样估计精度更高;(3)对稀疏非均匀采样点的位置进行优选,有利于提高估计精度.

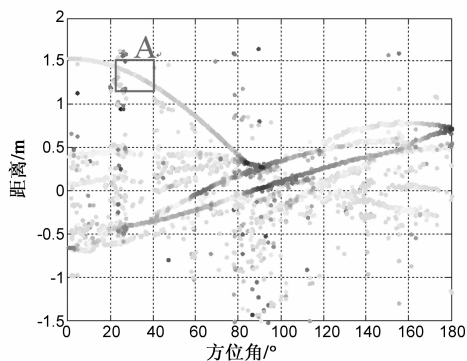


图6 101个频率点采用ESPRIT算法估计的一维散射中心

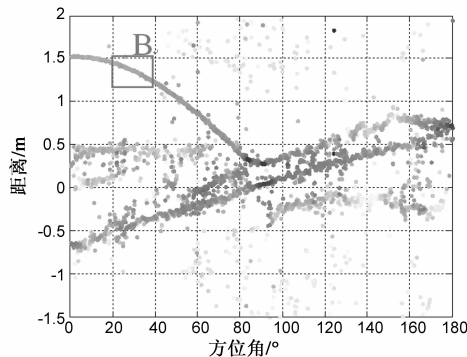


图7 30个顺序采样的频率点采用ESPRIT算法估计的一维散射中心

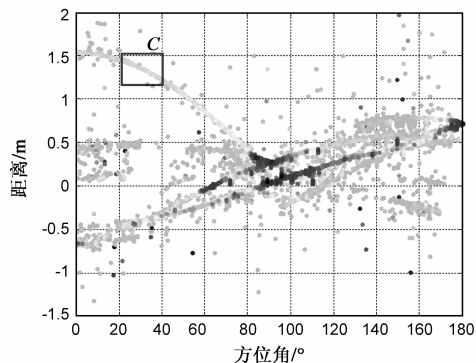


图8 第一组稀疏非均匀频率采样点采用RJ-MCMC算法估计的一维散射中心

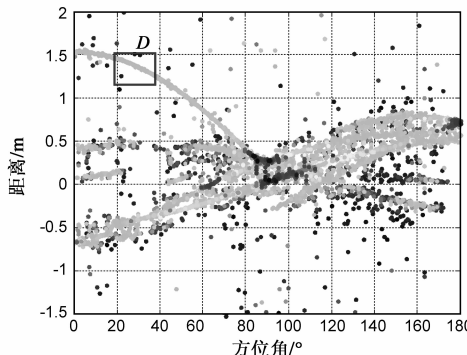


图9 最后一组稀疏非均匀频率采样点采用RJ-MCMC算法估计的一维散射中心

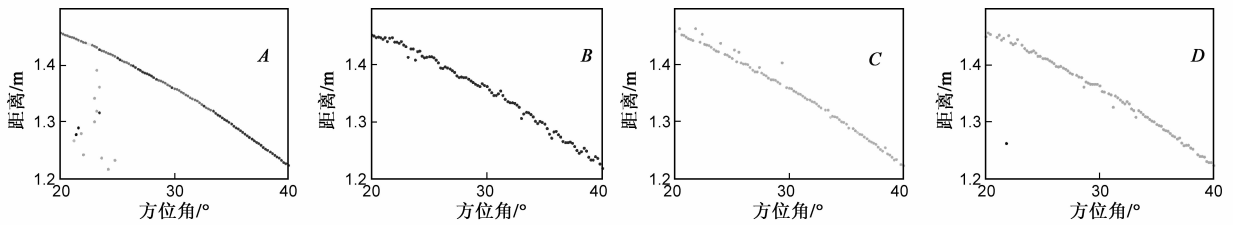


图10 图6~图9局部放大图

图 11 和图 12 给出了用 SPGL 算法基于频域稀疏非均匀采样数据恢复距离像结果. 所用的观测数据与图 8 相同. 图 11 和图 12 分别将不模糊成像范围划分为 128 个和 512 个距离单元, 因此它们对应的 Φ 矩阵分别是 30×128 维和 30×512 维. 由于不同姿态下的距离像幅度起伏较大, 在代入优化算法前先进行平均能量归一化处理, 使得每幅距离像的总能量为 30, 设置 $\delta = 2$, 得到解 \mathbf{b} 后再乘以归一化因子以恢复原始距离像的强度.

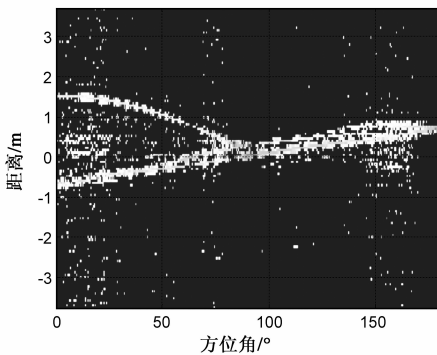


图11 采用SPGL算法恢复128个距离单元的距离像

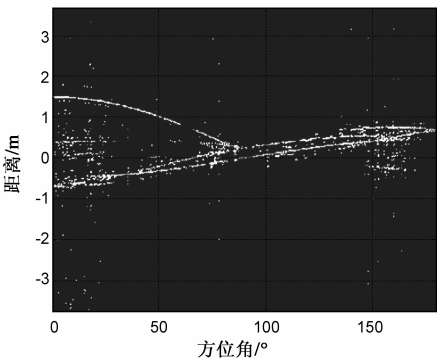


图12 采用SPGL算法恢复512个距离单元的距离像

比较图 11, 图 12 与图 4, 可以看到采用稀疏恢复算法恢复的距离像与逆傅立叶变换成像的一个显著区别: 逆傅立叶变换得到的距离像旁瓣效应显著, 稀疏恢复距离像仅有一些虚警点而并没有旁瓣. 这是由于优化问题(20)的解 \mathbf{b} 中大部分元素都为 0. 但恢复的稀疏距离像有其他问题, 例如, 在 20° 和 150° 方位角附近的距离像中存在较多虚警点, 而在 70° 和 90° 方位角附近则丢失了一些强散射中心的信息. 观察距离像在这些角度

上的区别可以得出规律: 当距离像中存在极少数强散射源时, \mathbf{b} 中只需很少的非零元素即可在允许的误差内拟合原数据, 因此一些相对较弱的散射结构不能被恢复出来; 而当距离像中存在数目较多而强度接近的散射源时, \mathbf{b} 中需要大量非零元素才能拟合原数据到设定的精度, 因此一些模型误差和噪声也出现在恢复距离像中. 由此可见, 误差限的设置是恢复稀疏距离像的关键之一, 本试验中仅采用了一个固定的经验值, 如何根据上述特点自适应地选择误差限, 以及误差限优劣的理论分析, 还有待进一步研究.

比较图 11, 图 12 与图 5, 可以看到, 基于频域稀疏非均匀采样恢复的距离像也能分辨同样长度的均匀采样不能分辨的目标细节. 这再次说明稀疏非均匀观测本身蕴涵比同样长度的均匀观测更高的分辨能力, 因此基于稀疏非均匀观测所获得的距离像, 不论采用参数估计的方法还是稀疏重构的方法, 都能分辨同样长度的均匀观测不能分辨的目标细节.

比较图 11 和图 12, 采用更密的距离格点, 能使目标细节表现得更清晰, 这一方面是因为每幅距离像上的像素点更多, 有利于改善图像视觉质量; 另一方面更密的距离格点一定程度上降低了散射中心位置不在格点上造成的模型误差. 但这并不能彻底消除模型误差, 不在格点上的散射中心造成的能量泄露将使得相邻的距离单元也表现出强散射, 因此稀疏重构方法的分辨能力要弱于参数估计的方法. 为了说明这一问题, 对图 12 中 $160^\circ \sim 180^\circ$ 方位角范围内的局部进行了放大, 并与图 8 中的相同部分对比, 结果如图 13 和图 14 所示. 在方位角趋于 180° 时, 有两个散射结构的投影位置趋于相同,

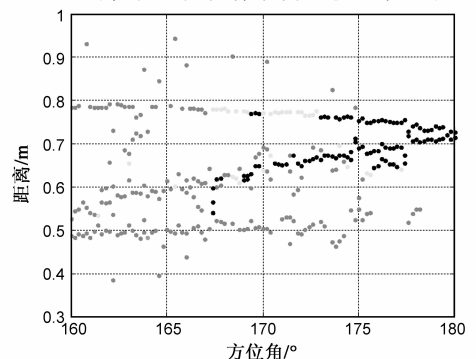


图13 图8的局部放大图

采用 RJ-MCMC 方法进行参数估计,在接近 180° 时仍能分辨这两个散射结构;而采用 SPGL 算法恢复的稀疏距离像,在 175° 以后已不能很好地分开这两个散射结构,尽管它们的真实投影位置仍然在不同的距离单元中。

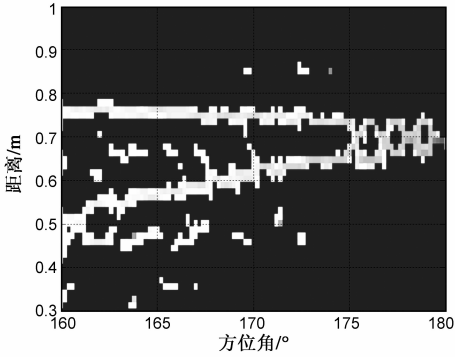


图14 图12的局部放大图

6 结束语

频域稀疏非均匀采样能以相同的采样点数目覆盖更大的带宽,从而获得更高的距离分辨力.本文研究了基于频域稀疏非均匀采样进行高分辨距离成像的方法和性能,主要结论包括:(1)就估计精度而言, N 点稀疏非均匀采样比同等带宽内的 M 点均匀采样估计性能平均下降 N/M ,而比覆盖较小带宽的 N 点均匀采样估计性能平均提高 M^2/N^2 ;(2)不同稀疏非均匀采样点序列的估计性能有起伏,可以通过对随机测试信号进行性能计算的方法选择性能较好的采样点序列,且选择结果对不同信号参数具有一定的普适性;(3)稀疏非均匀采样具有比同等数量的均匀采样更高的分辨能力和更好的估计精度,能更准确地获得更多的目标细节信息;

(4)处理稀疏非均匀采样数据,需采用基于最大似然模型的参数估计方法或基于压缩感知理论的稀疏恢复方法,但由于散射中心位置不一定在距离格点上,模型误差导致后者的稀疏解可能丢失散射中心、出现虚假散射中心以及分辨能力下降,因此参数估计的结果能更准确地反映目标的真实散射特性。

随着压缩感知理论的推广应用,基于稀疏观测的雷达成像正引起越来越多的关注^[20,21],尤其在大场景、大目标的应用中,该方法在提高数采效率和降低数据量方面有极大的优势.下一步的研究工作包括:采用大目标的实测数据进行试验验证;谐波模型向衰减谐波模型的拓展;BPDN 算法的噪声门限自适应选择;稀疏采样在高维成像中的应用;等等。

附录 A 谐波信号模型参数估计的 CRB

将模型(10)中的待估计参数 $\{\theta_i, \omega_i, \sigma^2\} (i = 1, \dots, k)$ 记为实矢量形式:

$$\boldsymbol{\theta} = [\sigma^2 : \boldsymbol{\theta}_{aR}^T : \boldsymbol{\theta}_{aI}^T : \boldsymbol{\omega}^T]^T \quad (a1)$$

其中, $\boldsymbol{\theta}_{aR} = [a_{R1}, \dots, a_{Rk}]^T$, $\boldsymbol{\theta}_{aI} = [a_{I1}, \dots, a_{Ik}]^T$, $\boldsymbol{\omega} = [\omega_1, \dots, \omega_k]^T$. 本文矩阵运算符中,上标 T 表示转置, H 表示共轭转置。

在高斯白噪声假设下,观测序列的联合对数概率密度函数为:

$$\ln p(\mathbf{y} | \boldsymbol{\theta}) = -N \ln \pi - N \ln \sigma^2 - \frac{1}{\sigma^2} (\mathbf{y} - \mathbf{D}\mathbf{a})^H (\mathbf{y} - \mathbf{D}\mathbf{a}) \quad (a2)$$

文献[10]推导了多次观测情况下 $\boldsymbol{\theta}$ 的CRB矩阵,对结果进行简化可以得到单次观测情况下的CRB矩阵:

$$\mathbf{CRB}_{\boldsymbol{\theta}} = \{ E [\nabla_{\boldsymbol{\theta}} \ln p(\mathbf{x} | \boldsymbol{\theta}) \cdot \nabla_{\boldsymbol{\theta}} \ln p(\mathbf{x} | \boldsymbol{\theta})^T] \}^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{\sigma^4}{N} & \mathbf{0}_{1 \times 3M} \\ \mathbf{0}_{3M \times 1} & \frac{\sigma^2}{2} \mathbf{F} \end{bmatrix} \quad (a3)$$

其中:

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} \text{Re}\{\mathbf{E}\} - \text{Im}\{\mathbf{EBA}\}(\text{Re}\{\boldsymbol{\Delta}\})^{-1} \text{Im}\{\mathbf{A}^H \mathbf{B}\mathbf{E}\} & -\text{Im}\{\mathbf{E}\} - \text{Im}\{\mathbf{EBA}\}(\text{Re}\{\boldsymbol{\Delta}\})^{-1} \text{Re}\{\mathbf{A}^H \mathbf{B}\mathbf{E}\} & \text{Im}\{\mathbf{EBA}\}(\text{Re}\{\boldsymbol{\Delta}\})^{-1} \\ \text{Im}\{\mathbf{E}\} + \text{Re}\{\mathbf{EBA}\}(\text{Re}\{\boldsymbol{\Delta}\})^{-1} \text{Im}\{\mathbf{A}^H \mathbf{B}\mathbf{E}\} & \text{Re}\{\mathbf{E}\} + \text{Re}\{\mathbf{EBA}\}(\text{Re}\{\boldsymbol{\Delta}\})^{-1} \text{Re}\{\mathbf{A}^H \mathbf{B}\mathbf{E}\} & -\text{Re}\{\mathbf{EBA}\}(\text{Re}\{\boldsymbol{\Delta}\})^{-1} \\ -(\text{Re}\{\boldsymbol{\Delta}\})^{-1} \text{Im}\{\mathbf{A}^H \mathbf{B}\mathbf{E}\} & -(\text{Re}\{\boldsymbol{\Delta}\})^{-1} \text{Re}\{\mathbf{A}^H \mathbf{B}\mathbf{E}\} & (\text{Re}\{\boldsymbol{\Delta}\})^{-1} \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{N} = \begin{bmatrix} t_1 & & \\ & \ddots & \\ & & t_N \end{bmatrix}, \mathbf{A} = \begin{bmatrix} a_1 & & \\ & \ddots & \\ & & a_k \end{bmatrix}, \mathbf{B} = \mathbf{D}^H \mathbf{N} \mathbf{D},$$

$\mathbf{E} = (\mathbf{D}^H \mathbf{D})^{-1}$, $\boldsymbol{\Delta}$ 参见式(a5)

根据统计理论,模型参数及其函数的CRB都可以从所有基本参数的联合CRB矩阵求得,因此不难从(a3)得到频率参数估计的CRB矩阵:

$$\mathbf{CRB}_{\boldsymbol{\omega}} = \frac{\sigma^2}{2} (\text{Re}\{\boldsymbol{\Delta}\})^{-1} \quad (a4)$$

$$\text{其中} \quad \boldsymbol{\Delta} = \mathbf{A}^H \boldsymbol{\Delta}_1 \mathbf{A} \quad (a5)$$

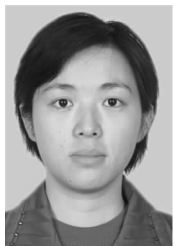
$$\boldsymbol{\Delta}_1 = \mathbf{D}^H \mathbf{N} (\mathbf{I} - \mathbf{D}(\mathbf{D}^H \mathbf{D})^{-1} \mathbf{D}^H) \mathbf{N} \mathbf{D} \quad (a6)$$

参考文献

- [1] 黄培康,殷红成,许小剑. 雷达目标特性[M]. 北京:电子工业出版社,2005:230-237.
Huang Peikang, Yin Hongcheng, Xu Xiaojian. Radar Target Characteristics [M]. Beijing, Publishing House of Electronics Industry, 2005:230-237. (in Chinese)

- [2] E J Candès, J Romberg, T Tao. Robust uncertainty principles: exact signal reconstruction from highly incomplete frequency information [J]. *IEEE Trans. Information Theory*, 2006, 52(2): 489 – 509.
- [3] D L Donoho. Compressed sensing [J]. *IEEE Trans. on Information Theory*, 2006, 52(4): 1289 – 1306.
- [4] P Babu, P Stoica. Spectral analysis of nonuniformly sampled data – a review [J]. *Digital Signal Processing*, 2010, 20(2): 359 – 378.
- [5] P Stoica, R Moses. *Spectral Analysis of Signals* [M]. Prentice Hall, 2005. 117 – 136.
- [6] K M Cuomo, J E Piou, J T Mayhan. Ultrawide-band coherent processing [J]. *IEEE Trans on Antennas and Propagation*, 1999, 47(6): 1094 – 1107.
- [7] 王成, 胡卫东, 杜小勇, 等. 稀疏子带的多频段雷达信号融合超分辨率距离成像 [J]. *电子学报*, 2006, 34(6): 985 – 990. Wang Cheng, Hu Weidong, Du Xiaoyong, et al, The super-resolution range imaging based on sparse band multiple frequency bands radars signal fusion [J]. *Acta Electronica Sinica*, 2006, 34(6): 985 – 990. (in Chinese)
- [8] 王琦, 周峰, 邢孟道, 等. 雷达成像中稀疏孔径外推新算法 [J]. *电子与信息学报*, 2007, 29(11): 2698 – 2701. Wang Qi, Zhou Feng, Xing Mengdao, et al. A new algorithm for sparse aperture extrapolation in radar imaging [J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2007, 29(11): 2698 – 2701. (in Chinese)
- [9] Zhou Jianxiong, Zhao Hongzhong, Shi Zhiguang, Fu Qiang. Analytic performance bounds on estimates of scattering center parameters [J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2007, 43(2): 813 – 826.
- [10] P Stoica, A Nehorai. MUSIC, maximum likelihood, and Cramér-Rao bound [J]. *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing*, 1989, 37(5): 720 – 741.
- [11] E Dilaveroğlu. Nonmatrix Cramér-Rao bound expressions for high-resolution frequency estimators [J]. *IEEE Trans. Signal Processing*, 1998, 46(2): 463 – 474.
- [12] Andrieu C, Doucet A. Joint Bayesian model selection and estimation of noisy sinusoids via reversible jump MCMC [J]. *IEEE Trans. Signal Processing*, 1999, 47(10): 2667 – 2676.
- [13] P J Green. Reversible jump MCMC computation and Bayesian model determination [J]. *Biometrika*, 1995, 82(4): 711 – 732.
- [14] Z Shi, Z Zhou, H Zhao, et al. Study on joint Bayesian model selection and parameter estimation method of GTD model [J]. *Science In China. F: Information Science*, 2007, 50(2): 261 – 271.
- [15] Steve Geinitz. Prior Covariance Choices and the g Prior [EB/OL] http://www.biostat.uzh.ch/teaching/master/seminar-bayes/SteveGeinitz_article.pdf, 2009.
- [16] E J Candès, T Tao. Near optimal signal recovery from random projections: Universal encoding strategies? [J]. *IEEE Trans. Inform. Theory*, 2006, 52(12): 5406 – 5425.
- [17] E van den Berg, M P Friedlander. Probing the Pareto frontier for basis pursuit solutions [J]. *SIAM Journal on Scientific Computing*, 2008, 31(2): 890 – 912.
- [18] E van den Berg, M P Friedlander, SPGL1: A solver for large-scale sparse reconstruction [EB/OL]. <http://www.cs.ubc.ca/labs/scl/spgl1>, 2007.
- [19] Y Chi, L Scharf, A Pezeshki, R Calderbank. The Sensitivity to Basis Mismatch of Compressed Sensing for Spectrum Analysis and Beamforming [A], *Workshop on Defense Applications of Signal Processing (DASP)* [C]. Lihue, HI, Oct. 2009.
- [20] K R Varshney, MCetin, Member, J W Fisher. sparse representation in structured dictionaries with application to synthetic aperture radar [J]. *IEEE Trans. Signal Processing*, 2008, 56(8): 3548 – 3561.
- [21] L C Potter, E Ertin, J T Parker, et. al. Sparsity and compressed sensing in radar imaging [J]. *Proceedings of the IEEE*, 2010, 98(6): 1006 – 1020.

作者简介



周剑雄 女, 1977 年出生, 湖南湘潭人. 2006 年获得信息与通信工程专业博士学位, 现为国防科技大学电子科学与工程学院 ATR 实验室副教授. 研究兴趣为高分辨雷达信号处理与自动目标识别.

E-mail: zjxjanet@sina.com.cn



石志广 男, 1975 年出生, 山东高青人. 2007 年获得信息与通信工程专业博士学位, 现为国防科技大学电子科学与工程学院 ATR 实验室讲师. 研究兴趣为雷达与红外信号处理.